

## Geometria (Informatica) — 16 Dicembre 2003

1. Considerata la matrice reale:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & 1 & 8 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Calcolare gli autovalori di  $A$  ed una base di autovettori. **(5 punti)**

(b) Scrivere il polinomio caratteristico della matrice  $A^{-1}$ . **(5 punti)**

2. Si considerino, in  $\mathbb{R}^3$ , i piani  $W$  e  $V$  di equazioni  $x + 2y - z = 0$  e  $x + y + z = 0$ .

(a) Trovare l'equazione parametrica della retta  $r = V \cap W$  **(3 punti)**

(b) Scrivere l'equazione parametrica del piano  $\pi$  passante per l'origine e ortogonale alla retta  $r$ . **(4 punti)**

3. Si consideri la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ .

(a) Trovare una base del nucleo e una dell'immagine. **(4 punti)**

(b) Si mostri che è diagonalizzabile. **(4 punti)**

4. Discutere, al variare di  $k$  prima in  $\mathbb{R}$  e poi in  $\mathbb{C}$ , il seguente sistema lineare: **(5 punti)**

$$\begin{cases} kx & + & kz = 1 \\ -5x & + & y & + & z = 2 \\ -k^2x & & & + & z = 3 \end{cases}$$