

PROGRAMMAZIONE LINEARE A NUMERI INTERI

N.B. Nei seguenti esercizi vengono utilizzate, salvo diversa indicazione, le seguenti notazioni:

PLO programma lineare ordinario

S_a insieme delle soluzioni ammissibili del PLO

S_{ott} insieme delle soluzioni ottimali del PLO

PLI programma lineare a numeri interi

S_a^* insieme delle soluzioni ammissibili del PLI

S_{ott}^* insieme delle soluzioni ottimali del PLI

1) Sia dato il seguente PLI:

$$\min \quad x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 1$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0; x_1, x_2, x_3 \text{ interi}$$

Il punto $P(1, 1, 1)$ è una soluzione ammissibile? Si può affermare che S_{ott}^* non è vuota?

2) Sia dato il seguente PLI:

$$\max \quad 3x_1 - 4x_2 + 5x_3$$

$$\text{s.t.} \quad \sqrt{2}x_1 + x_2 + 3.5x_3 \leq 20$$

$$\pi x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 320.4$$

$$x_1 + e x_2 + x_3 \leq 280.5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0; x_1, x_2, x_3 \text{ interi}$$

Ha soluzioni ottimali?

Determinare la tabella iniziale dell'algoritmo di Gomory.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere:

A - Se un PLI non ha soluzioni ottimali non ne ha neanche il corrispondente PLO.

B - Dato un problema di massimo risolubile col metodo Branch and Bound, se L è la massima limitazione superiore dei vertici pendenti ad una generica iterazione, allora $L \geq M$, dove M è il massimo cercato.

C - Dato un problema di massimo che può essere risolto col metodo Branch and Bound, se uno dei vertici pendenti ad una generica iterazione consiste di un solo punto A , allora A è un punto di massimo.

4) Fare esempi di PLI in cui il punto di ottimo sia ottenibile mediante approssimazione del corrispondente PLO ed esempi in cui ciò non sia possibile.

5) Fare esempi di PLI in cui S_a^* sia vuota, ma non lo sia S_a .

6) E' possibile che la funzione obiettivo di un PLI sia superiormente illimitata e quella del corrispondente PLO non lo sia? E viceversa?

7) E' possibile che un PLI abbia un numero finito di soluzioni ottimali e il corrispondente PLO ne abbia un numero infinito? E viceversa?

- 8) E' possibile che un PLI abbia una sola soluzione ottimale e il corrispondente PLO ne abbia più di una? E viceversa?
- 9) E' possibile che S_{ott}^* sia strettamente contenuta in S_{ott} del corrispondente PLO? E viceversa?
- 10) E' possibile che un PLI e il corrispondente PLO abbiano entrambi:
 A - Regione ammissibile vuota?
 B - La stessa regione ammissibile (non vuota)?
 C - Funzione obiettivo superiormente illimitata?
 D - Una sola soluzione ottimale?
 E - Infinite soluzioni ottimali?
- 11) Risolvere i seguenti PLI, completando la risoluzione con un grafico che permetta di evidenziare gli spostamenti della soluzione e gli iperpiani secanti introdotti:
- | | |
|--|---|
| <p>A - $\max \quad x_1 + 2 x_2$
 s.t. $x_1 + x_2 \leq 3$
 $2 x_2 \leq 3$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> | <p>B - $\max \quad x_1 + x_2$
 s.t. $10 x_1 + 4 x_2 \leq 35$
 $2 x_2 \leq 5$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> |
| <p>C - $\min \quad x_1 - 2 x_2$
 s.t. $3 x_1 + 4 x_2 \leq 6$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> | <p>D - $\min \quad 2 x_1 - x_2$
 s.t. $-x_1 + x_2 \leq 8/3$
 $2 x_1 - 3 x_2 \leq 1/2$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> |
- 12) Risolvere i seguenti PLI, completando la risoluzione con un grafico che permetta di evidenziare gli spostamenti della soluzione e gli iperpiani secanti introdotti:
- | | |
|---|---|
| <p>A - $\max \quad 3 x_1 + 4 x_2$
 s.t. $3 x_1 + 2 x_2 \leq 8$
 $x_1 + 4 x_2 \leq 10$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> | <p>B - $\max \quad 8 x_1 + 6 x_2$
 s.t. $3 x_1 + 5 x_2 \leq 11$
 $4 x_1 + x_2 \leq 8$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> |
|---|---|
- 13) Risolvere i seguenti PLI misti con il metodo Branch and Bound:
- | | |
|---|---|
| <p>A - $\max \quad x_1 - 3 x_2 - 3 x_3$
 s.t. $2 x_1 - 6 x_3 \leq 5$
 $1/2 x_2 - x_3 \leq 2$
 $x_1, x_2, x_3 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> | <p>B - $\max \quad 3 x_1 - x_3 - 8 x_4$
 s.t. $2 x_1 + 1/2 x_2 - 4 x_3 \leq 3$
 $-2 x_1 + x_2 - x_3 + 3/2 x_4 \leq 2$
 $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$</p> |
|---|---|
- 14) Risolvere con l'algoritmo di Gomory il seguente PLI:
 $\max \quad 2 x_1 + 2 x_2$
 s.t. $x_1 \leq 2$
 $x_2 \leq 3/2$
 $x_1 + x_2 \leq 3$
 $x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi}$
 Determinare S_{ott}^* .

- 15) Determinare le S_a dei PLO associati ai seguenti PLI e gli S_{ott}^* dei PLI:

A - $\max \quad x_1 - 3 x_2$ s.t. $x_1 - x_2 + 2 \geq 0$ $-x_1 + 2 x_2 + 2 \geq 0$ $-x_1 - x_2 + 2 \geq 0$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi	B - $\max \quad x_1 - 3 x_2$ s.t. $x_1 - x_2 + 2 \geq 0$ $-x_1 + 2 x_2 + 2 \geq 0$ $x_1 + x_2 - 2 \geq 0$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi
--	---

- 16) Risolvere con l'algoritmo di Gomory i seguenti PLI:

A - $\max \quad 2 x_1 - x_2$ s.t. $1/2 x_1 + x_2 \leq 3/2$ $x_1 - x_2 \leq 5/2$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi	B - $\min \quad -2 x_1 + x_2$ s.t. $x_1 + 3 x_2 \leq 8$ $2 x_1 - 3 x_2 \leq 1$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi
---	--

Completare la risoluzione con un grafico, evidenziando di volta in volta la soluzione corrente e gli iperpiani secanti generati dall'algoritmo.

- 17) Risolvere con l'algoritmo di Gomory i seguenti PLI:

A - $\max \quad 1/2 x_1 - x_2$ s.t. $x_1 - x_2 \leq 5/2$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi	B - $\max \quad -1/2 x_1 + x_2$ s.t. $x_1 - x_2 \leq 5/2$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi
--	---

Dimostrare che i PLO associati ai due PLI hanno la stessa S_a e che essa è un troncone.

- 18) Risolvere con l'algoritmo di Gomory i seguenti PLI, determinando S_{ott}^* di entrambi:

A - $\max \quad 12 x_1 - 22 x_2 - 3 x_3$ s.t. $6 x_1 - 4 x_2 + 3/2 x_3 \leq 3$ $3 x_1 - 2 x_2 - 3/4 x_3 \leq 3$ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$; x_1, x_2, x_3 interi	B - $\max \quad x_1 - x_2$ s.t. $x_1 - x_2 \leq 3/2$ $2 x_1 + 2 x_2 \geq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$; x_1, x_2 interi
---	---

- 19) Se la tabella finale di un PLI risolto con l'algoritmo di Gomory presenta un coefficiente nullo nella riga della funzione obiettivo si può affermare che esistono altre soluzioni ottimali?

- 20) Un PLO ammette la forma normale e S_{ott} non è vuoto. Il relativo PLI ha soluzioni ottimali?

- 21) Un PLI Q si rivela impossibile (cioè non ammette soluzioni ottimali) dopo la terza iterazione dell'algoritmo di Gomory (cioè dopo che si è aggiunto un terzo vincolo) perchè il PLO P_3 associato in quel momento a Q è a sua volta impossibile.

Quale caso di impossibilità ($S_a = \emptyset$ o $\sup z = +\infty$) presenta P_3 ?

- 22) Un PLI viene risolto con l'algoritmo di Gomory; ad un certo punto si ha la seguente tabella:

	u_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	1	-3/2	-1/2	1	2
u_2	2	-7/2	0	-3	1/2
u_3	1	-2	0	-1	2
z	-1	-7	-2	0	2

Commentare la tabella.

23) Risolvere per $K = 0, 1, 2$ il seguente PLI:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 \\ \text{s. t.} \quad & 2x_1 - x_2 \geq 1/2 \\ & Kx_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0; x_1, x_2 \text{ interi} \end{aligned}$$

24) Risolvere i seguenti problemi dello zaino:

A -	oggetto	A	B	C	D	E
	peso	10	8	5	7	12
	valore	7	2	6	4	5
	peso massimo trasportabile = 20					
B -	oggetto	A	B	C	D	E
	peso	5	5	6	7	9
	valore	8	1	2	10	3
	peso massimo trasportabile = 20					
C -	oggetto	A	B	C	D	E
	peso	8	3	6	10	7
	valore	10	5	8	12	7
	peso massimo trasportabile = 17					
D -	oggetto	A	B	C	D	E
	peso	2	3	5	6	7
	valore	2	4	3	6	3
	peso massimo trasportabile = 8					

25) Risolvere i seguenti problemi dello zaino, determinando tutte le soluzioni ottimali:

A -	oggetto	A	B	C	D	
	peso	11	13	13	15	
	valore	1	4	2	5	
	peso massimo trasportabile = 27					
B -	oggetto	A	B	C	D	E
	peso	8	10	13	11	14
	valore	5	6	6	7	8
	peso massimo trasportabile = 22					

26) Risolvere il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D	E	F
peso	6	9	11	13	14	16
valore	2	2	3	3	4	4

sapendo che il peso massimo trasportabile con lo zaino è 30.
Determinare e discutere tutte le soluzioni ottimali.

27) Risolvere i seguenti problemi dello zaino:

A -	oggetto	A	B	C	D	E	F	G
	peso	40	40	30	30	10	8	2
	valore	80	70	50	45	16	7	1
	peso massimo trasportabile = 100							
B -	oggetto	A	B	C	D	E		
	peso	56	59	80	75	17		
	valore	50	50	64	50	5		
	peso massimo trasportabile = 190							

- 28) Risolvere il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L
peso	8	12	3	10	5	13	9	7	14	9
valore	10	11	5	8	5	10	8	6	12	9

peso massimo trasportabile = 30.

Determinare tutte le soluzioni ottimali.

Analizzare altre strategie risolutive.

- 29) Risolvere il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D	E
peso	5	7	8	9	12
valore	4	3	3	6	5

peso massimo trasportabile = 20.

Determinare tutte le soluzioni ottimali.

- 30) Si considerino i seguenti problemi dello zaino:

A -

oggetto	A	B	C	D
peso	8	9	10	11
valore	K	5	3	2

peso massimo trasportabile = 20.

Per quali valori di **K** l'oggetto A viene portato?

B -

oggetto	A	B	C	D
peso	8	9	10	15
valore	6	7	3	K

peso massimo trasportabile = 20.

Per quali valori di **K** l'oggetto D viene portato?

- 31) Dato un problema dello zaino per il quale esiste un oggetto che ha valore strettamente maggiore degli altri e peso minore del peso massimo trasportabile e strettamente minore degli altri, dimostrare che questo oggetto viene necessariamente preso.

- 32) Risolvere il seguente problema dello zaino:

oggetto	A	B	C	D	E
peso	6	10	8	11	5
valore	5	7	9	10	3

peso massimo trasportabile = 25.

Dopo averlo risolto si supponga che gli oggetti abbiano rispettivamente volume:

7 7 6 15 8

e il volume massimo trasportabile sia 20.

Risolvere considerando sia il vincolo sul volume che il vincolo sul peso.

- 33) Analizzare il problema dello zaino nel caso in cui il peso massimo trasportabile è l'unico vincolo e si vuole massimizzare il peso trasportato.

- 34) Utilizzando il metodo Branch and Bound, risolvere i seguenti problemi di assegnazione di cui sono date le matrici dei costi **C** (l'elemento C_{ij} rappresenta il costo che si ha se l'operaio **i** lavora sulla macchina **j**; se $C_{ij} = M$ allora l'operaio **i** non può lavorare sulla macchina **j**).

A -

	a	b	c
A	24	21	23
B	23	23	24
C	24	23	26

B -		a	b	c	d
	A	18	24	21	27
	B	M	16	28	26
	C	21	23	14	19
	D	23	17	25	M

C -		a	b	c	d	e	f
	A	76	27	43	16	30	26
	B	15	72	16	1	30	25
	C	20	13	65	35	5	1
	D	21	16	25	68	18	18
	E	12	46	27	48	62	5
	F	23	5	5	9	5	58

- 35) Utilizzando il metodo Branch and Bound, risolvere il seguente problema di assegnazione, tenendo conto che ad una macchina non potrà essere assegnato alcun operaio.

	a	b	c	d	e
A	27	21	23	24	27
B	25	27	21	26	24
C	27	26	25	24	28
D	23	25	22	24	24

- 36) Utilizzando il metodo Branch and Bound, risolvere il seguente problema di assegnazione, tenendo conto che un operaio non potrà essere assegnato ad alcuna macchina.

	a	b	c	d
A	18	12	15	17
B	16	13	15	18
C	17	16	12	13
D	13	15	17	16
E	17	14	13	15

- 37) Utilizzando il metodo Branch and Bound, risolvere il seguente problema di assegnazione di cui è data la matrice dei rendimenti **R** (in questo caso l'elemento R_{ij} rappresenta il guadagno che si ha se l'operaio **i** lavora sulla macchina **j**):

	a	b	c	d
A	7	8	3	10
B	6	5	0	11
C	5	6	2	12
D	6	5	1	9

- 38) Risolvere numericamente, col metodo Branch and Bound, i problemi del commesso viaggiatore, con le seguenti tabelle dei costi **C** (se $C_{ij} = M$ non è possibile andare dalla città **i** alla città **j**):

A -		1	2	3	4	
	1	M	5	8	9	
	2	3	M	7	2	
	3	9	7	M	5	
	4	3	3	5	M	
B -		1	2	3	4	5
	1	M	8	4	9	5
	2	6	M	5	5	9
	3	4	5	M	6	4
	4	9	3	7	M	10
	5	6	9	4	10	M
C -		1	2	3	4	5
	1	M	7	12	8	10
	2	5	M	7	10	4
	3	9	9	M	7	5
	4	9	7	7	M	8
	5	6	9	10	8	M

- 39) Risolvere numericamente, col metodo Branch and Bound, il problema del commesso viaggiatore, determinando tutti i circuiti ottimali dalla città **A** alla città **A**, avendo la seguente tabella dei costi **C** (se $C_{ij} = M$ non è possibile andare dalla città **i** alla città **j**):

	A	B	C	D
A	M	3	6	7
B	3	M	4	3
C	6	4	M	7
D	6	4	7	M

- 40) Dato il PLI **P**:

$$\max \quad z = 10 x_1 + 5 x_2 + 8 x_3 + x_4 + x_5$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 - 5 x_2 + x_3 + 2 x_4 + 2 x_5 \leq 3$$

$$2 x_1 + 7 x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\}$$

- A - Definire il rilassamento surrogato $S(\mathbf{P})$ con moltiplicatori $\pi_1 = 7$ e $\pi_2 = 5$.
- B - Determinare una limitazione superiore L_S risolvendo $S(\mathbf{P})$ per ispezione.
- C - Dire se tale valore è ottimo per **P** e perchè.
- D - Definire il rilassamento lagrangiano $L(\mathbf{P})$ del primo vincolo con moltiplicatore $\lambda_1 = 1$.
- E - Determinare una limitazione superiore L_L risolvendo $L(\mathbf{P})$ con semplici considerazioni.
- F - Dire se tale valore è ottimo per **P** e perchè.

- 41) Dato il PLI **P**:

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 9x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 8 \\ & 6x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 14 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ e interi} \end{aligned}$$

- A - Definire il rilassamento lagrangiano $L(\mathbf{P})$ del primo vincolo con moltiplicatore $\lambda = 2$ e determinare una limitazione superiore $\mathbf{L}$ risolvendo per ispezione il problema risultante.
 B - Dire se la soluzione del problema rilassato è sicuramente ottima per il problema dato e perchè.

42) Dato il PLI $\mathbf{P}$:

$$\begin{aligned} \max \quad & 20x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 17x_4 + x_5 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + x_3 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 + 2x_4 \leq 4 \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 2x_5 \leq 6 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- A - Definire il rilassamento surrogato di $\mathbf{P}$ mediante moltiplicatori $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = 1$.
 B - Risolvere mediante Branch and Bound il problema rilassato.
 C - Dire se la soluzione trovata è ammissibile per $\mathbf{P}$ e perchè.

43) Dato il PLI $\mathbf{P}$:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 7x_1 + 4x_2 - 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 4x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- A - Definire il rilassamento lagrangiano $L(\mathbf{P})$ del vincolo di disuguaglianza con moltiplicatore $\lambda = 3$.
 B - Determinare una limitazione superiore $\mathbf{L}$ risolvendo $L(\mathbf{P})$ con semplici considerazioni.
 C - Dire se tale valore è ottimo per $\mathbf{P}$ e perchè.

44) Dato il PLI $\mathbf{P}$:

$$\begin{aligned} \max \quad & 9x_1 + 7x_2 + 10x_3 + 5x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + 3x_3 + x_4 \leq 5 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 2x_4 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- A - Definire il rilassamento surrogato con moltiplicatori $\pi_1 = \pi_2 = 1$ e risolvere il problema rilassato mediante Branch & Bound.
 B - Dire se la soluzione trovata è ottima per $\mathbf{P}$ e perchè.

45) Dato il PLI $\mathbf{P}$:

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_3 + 3x_4 \leq 3 \\ & 3x_1 + x_2 + 3x_4 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

- A - Definire il rilassamento lagrangiano $L(\mathbf{P})$ con moltiplicatori $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, risolvere il

- problema rilassato per ispezione e dire se la soluzione ottenuta è ottima per **P** e perchè.
- B - Definire il rilassamento surrogato $S(\mathbf{P})$ con moltiplicatori $\pi_1 = \pi_2 = 1$, risolvere il problema rilassato mediante Branch & Bound e dire se la soluzione ottenuta è ottima per **P** e perchè.

SOLUZIONI

- 1) SI ; SI
- 2) SI
- 3) A - NO
B - SI
C - NO
- 6) NO ; SI
- 7) SI ; NO
- 8) SI ; SI
- 9) SI ; NO
- 10) A - SI
B - SI
C - SI
D - SI
E - SI
- 11) A - $\mathbf{x}^* = (2, 1), \mathbf{z}^* = 4$
B - $\mathbf{x}^* = (2, 2), \mathbf{z}^* = 4$; $\mathbf{x}^* = (3, 1), \mathbf{z}^* = 4$
C - $\mathbf{x}^* = (0, 1), \mathbf{z}^* = -2$
D - $\mathbf{x}^* = (0, 2), \mathbf{z}^* = -2$
- 12) A - $\mathbf{x}^* = (1, 2), \mathbf{z}^* = 11$
B - $\mathbf{x}^* = (2, 0), \mathbf{z}^* = 16$
- 13) A - $\mathbf{x}^* = (3, 0, 1/6), \mathbf{z}^* = 5/2$
B - $\mathbf{x}^* = (2, 0, 0, 1/4), \mathbf{z}^* = 4$
- 14) $\mathbf{x}^* = (2, 1), \mathbf{z}^* = 6, \mathbf{S}_{\text{ott}}^* = \{(2, 1)\}$
- 15) A - $\mathbf{x}^* = (2, 0), \mathbf{z}^* = 2$
B - $\mathbf{x}^* = (2, 0), \mathbf{z}^* = 2$
- 16) $\mathbf{x}^* = (2, 0), \mathbf{z}^* = 4$
- 17) A - $\mathbf{x}^* = (2, 0), \mathbf{z}^* = 1$
B - $\sup \mathbf{z} = +\infty$
- 18) A - $\mathbf{x}^* = (0, 0, 0), \mathbf{z}^* = 0$; $\mathbf{S}_{\text{ott}}^* = \{(0, 0, 0)\}$
B - $\mathbf{x}^* = (2, 1), \mathbf{z}^* = 1$; $\mathbf{S}_{\text{ott}}^* = \{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 + 1, \mathbf{x}_2 \geq 1, \mathbf{x}_2 \text{ intero}\}$
- 20) SI

- 21) $S_a = \emptyset$
- 23) $K = 0 \quad \sup z = +\infty$
 $K = 1 \quad x^* = (1, 0); z^* = 1$
 $K = 2 \quad S_a = \emptyset$
- 24) A - A & C, valore = 13, peso = 15
 B - A & C & D, valore = 20, peso = 18
 C - A & B & C, valore = 23, peso = 17
 D - A & D, valore = 8, peso = 8
- 25) A - A & D, valore = 6, peso = 26
 B & C, valore = 6, peso = 26
 B - A & E, valore = 13, peso = 22
 B & D, valore = 13, peso = 21
- 26) A & B & E, valore = 8, peso = 29
 A & C & D, valore = 8, peso = 30
 E & F, valore = 8, peso = 30
- 27) A - A & C & D, valore = 175, peso = 100
 B - A & B & D, valore = 150, peso = 190
- 28) A & B & C & H, valore = 32, peso = 30
 A & C & D & L, valore = 32, peso = 30
 A & C & E & I, valore = 32, peso = 30
 A & C & L & G, valore = 32, peso = 29
- 29) A & B & C, valore = 10, peso = 20
 A & D, valore = 10, peso = 14
- 30) A - $K \geq 3$
 B - $K \geq 13$
- 32) A & C & D, valore = 24, peso = 25
 A & B & C, valore = 21, peso = 24, volume = 20
- 34) A - A/b-B/c-C/a, costo = 69
 B - A/a-B/d-C/c-D/b, costo = 75
 C - A/d-B/a-C/e-D/b-E/f-F/c, costo = 62
- 35) A/b-B/c-C/d-D/a, costo = 89
- 36) A/b-C/d-D/a-E/c, costo = 51
- 37) A/b-B/d-C/c-D/a, rendimento = 27
- 38) A - 1-3-4-2-1, costo = 19
 B - 1-5-3-4-2-1, costo = 24
 C - 1-4-2-3-5-1, costo = 33

- 39) A-B-D-C-A, costo = 19
A-C-B-D-A, costo = 19
- 40) B - $L_S = 25$ con $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1$
E - $L_L = 21$ con $x_1 = x_2 = x_4 = 1$ e $x_3 = x_5 = 0$
- 41) A - $L = 65$ con $x = (0, 0, 0, 7)$
B - NO
- 42) B - $x^* = (1, 0, 0, 1, 0)$; $z^* = 37$
C - NO
- 43) B - $L = 5$ con $x_1 = x_3 = 1$
C - SI
- 44) A - $x^* = (0, 1, 1, 1)$; $UB = 22$
B - NO
- 45) A - $x_L = (0, 1, 1, 0)$; $z_L = 9$; NO
B - $x_S = (0, 1, 0, 1)$; $z_S = 7$; SI