Prova parziale di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		12 Aprile 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 20 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICA\ II}$		12 Aprile 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Si consideri lo spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^3$ dei vettori (a, b, c), con le usuali operazioni di somma di vettori e prodotto di uno scalare per un vettore.

a) Determinare se il sottoinsieme dei vettori per cui la somma delle componenti è nulla, costituisce un sottospazio vettoriale.

b) Determinare se il sottoinsieme dei vettori per cui il prodotto delle componenti è nullo, costituisce un sottospazio vettoriale.

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 18 punti

SOLUZIONE 1:
Applicando il metodo di Gauss alla martice completa si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - 2R_1]{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

per cui a ritroso si ha $x_3 = t; x_2 = 1 - 2t; x_1 = -1$

SOLUZIONE 2:

a) Si. Infatti, dati due vettori $u = (a, b, c)$ e $v = (d, e, f)$ con $a + b + c = 0$ e $d + e + f = 0$, allora per $u + v = (a + d, b + e, c + f)$ si ha $(a + d) + (b + e) + (c + f) = (a + b + c) + (d + e + f) = 0$; inoltre $\lambda u = (\lambda a, \lambda b, \lambda c)$ si ha $\lambda a + \lambda b + \lambda c = \lambda(a + b + c) = 0$.

b) No. Infatti presi $u = (1, 1, 0)$ e $v = (0, 0, 1)$ per cui il prodotto delle componenti è nullo, si ha $u + v = (1, 1, 1)$ per cui il prodotto delle componenti è non nullo