

Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

### Esercizio 1

- a) Si consideri l'applicazione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $f(x, y) = (x - y, 0)$  e dire se è un omomorfismo.
- b) Si consideri l'applicazione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $f(x, y) = (x + y, y + 1)$  e dire se è un omomorfismo.

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICA II</i></b>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

## **Esercizio 2**

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = 2x^3 - 3x^2y + 3y^2$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

a) SI. Infatti,  $f(x, y) + f(z, w) = (x - y, 0) + (z - w, 0) = (x - y + z - w, 0) = ((x + z) - (y + w), 0) = f(x + z, y + w) = f((x, y) + (z, w))$  e  $\lambda f(x, y) = \lambda(x - y, 0) = (\lambda x - \lambda y, 0) = f(\lambda x, \lambda y) = f(\lambda(x, y))$ .

b) NO. Infatti  $f(0, 0) = (0, 1) \neq (0, 0)$ .

SOLUZIONE 2:

Le derivate parziali sono  $f_x(x, y) = 6x^2 - 6xy$  e  $f_y(x, y) = -3x^2 + 6y$  che si annullano in  $(0, 0)$  e  $(2, 2)$ . Le derivate seconde sono  $f_{xx}(x, y) = 12x - 6y$ ,  $f_{xy}(x, y) = -6x$ ,  $f_{yx}(x, y) = -6x$ ,  $f_{yy}(x, y) = 6$  per cui si ha:

$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$  che ha un autovalore nullo e quindi non è determinabile.

$H(2, 2) = \begin{pmatrix} 12 & -12 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}$  che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.