

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I – II B</i>		30 Gennaio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Risolvere con l'eliminazione di Gauss il sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 10 \\ -3x_1 - 10x_2 + 4x_3 = -14 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I – II B</i>		30 Gennaio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione:

$$f(x, y) = 3x^2 - 6xy + 2y^3$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss si ha:

$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 2 & 7 & -1 & 10 \\ -3 & -10 & 4 & -14 \end{array} \right) \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + 3R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1}} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -2 \end{array} \right) \xrightarrow{\underline{R_3 \leftarrow R_3 + R_2}} \left(\begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

A ritroso si ottiene $x_3 = 0; x_2 = 2; x_1 = -2$.

SOLUZIONE 2: $f_x(x, y) = 6x - 6y; f_y(x, y) = -6x + 6y^2$ che si annullano in $(0, 0)$ e $(1, 1)$.

$f_{xx}(x, y) = 6; f_{xy}(x, y) = -6; f_{yx}(x, y) = -6; f_{yy}(x, y) = 12y$

$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$ il cui polinomio caratteristico è $\lambda^2 - 6\lambda - 36$ che ha radici discordi, quindi $(0, 0)$ è un punto di sella.

$H(1, 1) = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$ il cui polinomio caratteristico è $\lambda^2 - 18\lambda + 36$ che ha radici concordi positive, quindi $(1, 1)$ è un punto di minimo.