

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I – II B</i>		10 Luglio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 1

Si consideri l'omomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definito da

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 - x_2 + x_3, x_2 - x_3, 0)$$

Determinare:

- la matrice associata all'omomorfismo rispetto alla base canonica $B = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$;
- una base del nucleo e una base dell'immagine di f .

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I – II B</i>		10 Luglio 2018
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non è consentito consegnare fogli di brutta.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio della funzione $f(x, y) = \frac{x}{y^2}$ sul dominio

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 \leq x \leq 2, \frac{x^2}{2} \leq y \leq x^2 \right\}$$

Completare con la rappresentazione grafica del dominio D .

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

a. La matrice richiesta è

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b. Applicando il metodo di Gauss alla matrice si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 - R_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + R_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

per cui a ritroso si ha $x_3 = t; x_2 = t; x_1 = 0$ e quindi $\ker(f) = \mathcal{L}((0, 1, 1)); \text{Im}(f) = \mathcal{L}((1, 1, 0, 0), (0, -1, 1, 0))$.

SOLUZIONE 2:

$$\int_1^2 \left(x \int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} \frac{1}{y^2} dy \right) dx = \int_1^2 \left(x \left[-\frac{1}{y} \right]_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} \right) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = [\lg|x|]_1^2 = \lg 2$$

