

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I E II – MODULO B</i>		19 Febbraio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

Si consideri l'endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito dalla matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinare una base del nucleo e una base dell'immagine.

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I E II – MODULO B</i>		19 Febbraio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio della funzione $f(x, y) = xy$ sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$$

Completare con la rappresentazione grafica del dominio D .

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Applicando il metodo di Gauss alla matrice si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\underline{R_3 \leftarrow R_3 + R_1}]{\underline{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

per cui a ritroso si ha $x_4 = s$; $x_3 = t$; $x_2 = \frac{t-2s}{3}$; $x_1 = \frac{2t-s}{3}$ e quindi $\ker(f) = \mathcal{L}((2, 1, 3, 0), (-1, -2, 0, 3))$; $\text{Im}(f) = \mathcal{L}((1, -2, -1), (1, 1, 2))$.

SOLUZIONE 2:

$$\int_0^1 \left(x \int_{x^2}^{\sqrt{x}} y dy \right) dx = \int_0^1 \left(x \left[\frac{y^2}{2} \right]_{x^2}^{\sqrt{x}} \right) dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{2} \right) dx = \left[\frac{x^3}{6} - \frac{x^6}{12} \right]_0^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

