Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICHE\ I\ E\ II}$ – $\mathcal{MODULO\ B}$		18 Giugno 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

Risolvere col metodo di Gauss is seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 7 \\ 4x_1 + 9x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 9 \end{cases}$$

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 15 punti

Prova scritta di $\mathcal{MATEMATICHE\ I\ E\ II}$ – $\mathcal{MODULO\ B}$		19 Febbraio 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
  Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 + 3y^2 - 12x$$

Tempo suggerito: 25 minuti
Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:
Applicando il metodo di Gauss alla matrice si ha:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 7 & -4 & 3 & 7 \\ 4 & 9 & -6 & 4 & 9 \end{array}\right) \xrightarrow[R_3 \leftarrow R_3 - 4R_1]{R_2 \leftarrow R_2 - 3R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

per cui a ritroso si ha $x_4 = t; x_3 = s; x_2 = 1 - 2s; x_1 = 6s - t$.

SOLUZIONE 2:
Le derivate parziali sono $f_x(x, y) = 3x^2+3y^2-12$ e $f_y(x, y) = 6xy+6y$ che si annullano in $(2, 0), (-2, 0), (-1, -\sqrt{3}), (-1, \sqrt{3})$.
Le derivate seconde sono $f_{xx}(x, y) = 6x$, $f_{xy}(x, y) = 6y$, $f_{yx}(x, y) = 6y$, $f_{yy}(x, y) = 6x + 6$ per cui si ha:
$H(2, 0) = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ 0 & 18 \end{pmatrix}$ che ha autovalori $\lambda_1 = 12, \lambda_2 = 18$, concordi positivi, per cui si ha un punto di minimo relativo.
$H(-2, 0) = \begin{pmatrix} -12 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ che ha autovalori $\lambda_1 = -12, \lambda_2 = -6$, concordi negativi, per cui si ha un punto di massimo relativo.
$H(-1, -\sqrt{3}) = \begin{pmatrix} -6 & -6\sqrt{3} \\ -6\sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}$ che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.
$H(-1, \sqrt{3}) = \begin{pmatrix} -6 & 6\sqrt{3} \\ 6\sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}$ che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.