

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I &amp; II – MOD B</i>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

### Esercizio 1

Si consideri lo spazio vettoriale dei polinomi di grado 2 a coefficienti reali, con le usuali operazioni di somma di polinomi e prodotto di uno scalare per un polinomio.

- Determinare se il sottoinsieme dei polinomi con le radici reali coincidenti costituisce un sottospazio vettoriale.
- Determinare se il sottoinsieme dei polinomi con una radice nulla costituisce un sottospazio vettoriale.

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

<b>Prova scritta di <i>MATEMATICHE I &amp; II</i> – MOD B</b>		10 Settembre 2019
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.  
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

### **Esercizio 2**

Determinare i massimi e i minimi relativi della funzione

$$f(x, y) = x^3 - 6xy - 6y^2$$

*Tempo suggerito: 25 minuti*

*Punteggio: 15 punti*

SOLUZIONE 1:

a) NO. Infatti,  $(x - 1)^2 + (x + 2)^2 = 2x^2 + 2x + 5$  ha radici complesse coniugate.

b) SI. Infatti presi  $ax(x - r)$  e  $a'x(x - r')$  si ha  $ax(x - r) + a'x(x - r') = x(a(x - r) + a'(x - r'))$  che ha una radice nulla e  $\lambda(ax(x - r)) = \lambda x(a(x - r))$  che ha una radice nulla.

SOLUZIONE 2:

Le derivate parziali sono  $f_x(x, y) = 3x^2 - 6y$  e  $f_y(x, y) = -6x - 12y$  che si annullano in  $(0, 0)$ ,  $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ . Le derivate

seconde sono  $f_{xx}(x, y) = 6x$ ,  $f_{xy}(x, y) = -6$ ,  $f_{yx}(x, y) = -6$ ,  $f_{yy}(x, y) = -12$  per cui si ha:

$H(0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ -6 & -12 \end{pmatrix}$  che ha autovalori discordi, per cui si ha un punto di sella.

$H\left(-1, \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ -6 & -12 \end{pmatrix}$  che ha autovalori concordi negativi, per cui si ha un punto di massimo relativo.