

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I & II – MOD B</i>		28 Gennaio 2020
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 1

Determinare una base di $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$ dell'omomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definito dalla matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \\ 6 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

Prova scritta di <i>MATEMATICHE I & II</i> – MOD B		28 Gennaio 2020
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Giustificare adeguatamente le soluzioni e riportare i calcoli.
Non verranno corretti esercizi su fogli diversi da questi.

Esercizio 2

Calcolare l'integrale doppio

$$\int \int_D \frac{x}{y^2} dx dy$$

$$\text{dove } D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, \frac{x^2}{2} \leq y \leq x^2 \right\}.$$

Tempo suggerito: 25 minuti

Punteggio: 15 punti

SOLUZIONE 1:

Riducendo la matrice si ha:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \\ 6 & 6 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \xrightarrow{R_2 \leftarrow R_2 + 2R_1} \\ \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 - 6R_1} \\ \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 - 4R_1} \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ 0 & -9 & 3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \xrightarrow{R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2} \\ \xrightarrow{R_4 \leftarrow R_4 + 3R_2} \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

da cui

$$\text{Ker } f = \mathcal{L}((2, -1, -3)); \text{Im } f = \mathcal{L}((1, -2, 6, 4), (2, -1, 6, -1))$$

SOLUZIONE 2:

$$\int_1^2 \left(\int_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} \frac{x}{y^2} dy \right) dx = \int_1^2 x \left[-\frac{1}{y} \right]_{\frac{x^2}{2}}^{x^2} dx = \int_1^2 \left[-\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^2} \right] dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx = [\lg|x|]_1^2 = \lg 2$$