Esercizio 4 del 13/1/06.

[Traccia soluzione punto 2] Sia n il numero di stati di un eventuale automa che riconosca il linguaggio. Si consideri la stringa α corrispondente alla rappresentazione binaria del numero $m = 2^{8n+2} - 2^{4n+1}$. Dato che $2^4 \bmod 5 = 1$ si ha che $m \equiv_5 2$. Essendo $\alpha = 1^{4n+1}0^{4n+1}$ abbiamo che essa appartiene al linguaggio. La tesi si ottiene applicando il pumping lemma.

Esercizio 4 del 12/7/05.

Il linguaggio L è regolare in quanto intersezione dei seguenti linguaggi regolari:

1. $L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w| \equiv_{13} 11\}$.
2. $L_2 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#a \equiv_3 1\}$.
3. $L_3 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#c \geq 4\}$.
4. $L_4 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w = c^i(ab)^j a^k b^\ell\}$. Quest'ultimo linguaggio è regolare in quanto prodotto dei quattro linguaggi regolari c^i, $(ab)^j$, a^k, b^ℓ.

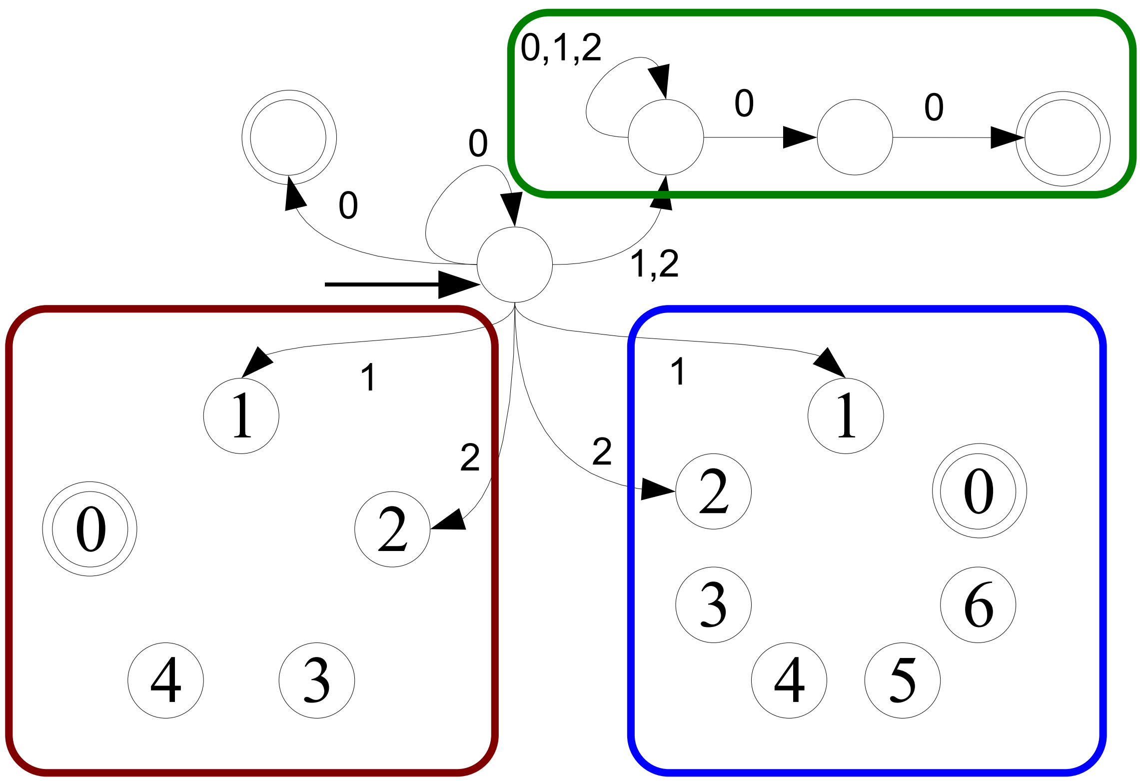
Per la seconda parte dell'esercizio si usa il Pumping Lemma. Sia t il numero di stati dell'eventuale automa che accetta il linguaggio. Consideriamo la stringa:

$$w = c^4 a^{39t+1} b^{39t+6}.$$

La stringa w appartiene al linguaggio, quindi si decompone in $w = xyz$ tali che xy^iz appartiene al linguaggio per ogni $i \geq 0$. La stringa y non può contenere b. Se y contiene almeno una c prendo $i = 0$ e ottengo una stringa che viola la condizione $\#c \geq 4$. Se y contiene solo a prendo $i = 6$ e ottengo una stringa in cui $\#a > \#b$.

Esercizio 4 del 9/9/05. Una possibile soluzione e' data dal seguente automa non deterministico.

Questa parte dell'atoma riconosce i numeri che terminano con 2 zeri e quindi sono multipli di 9.

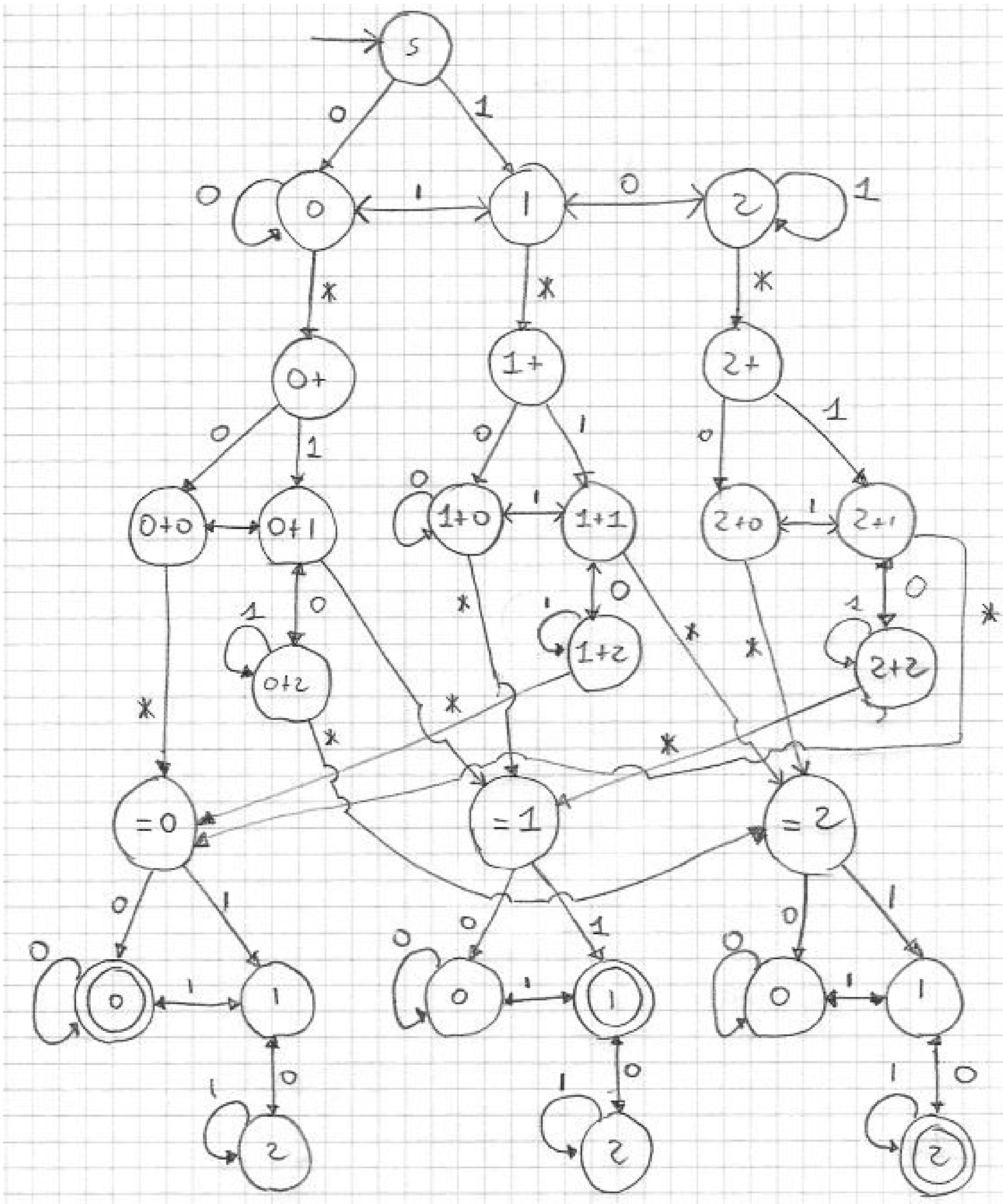


Questa parte dell'automa riconosce i numeri multipli di 5. L'arco con etichetta i che esce dallo stato j porta allo stato 3j+i mod 5 (questi archi non sono stati disegnati).

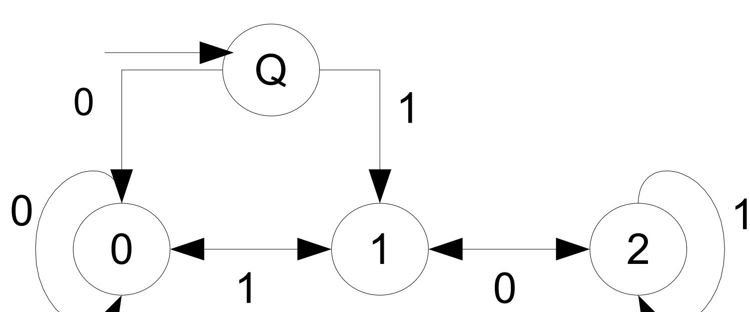
Questa parte dell'automa riconosce i numeri multipli di 7. L'arco con etichetta i che esce dallo stato j porta allo stato 3j+i mod 7 (questi archi non sono stati disegnati).

Esercizio 5 del 9/9/05. Per k>2 le stringhe hanno la forma $10^{k-2}10^k1$. La dimostrazione si ottiene applicando il Pumping Lemma.

Esercizio 3 del 16/6/05. Una soluzione è data dal seguente automa:



La soluzione consiste in 7 copie (opportunamente combinate) del seguente automa che determina la classe di congruenza modulo 3 di un numero binario:



Esercizio 4 del 16/6/05. Partiamo dalla grammatica che abbiamo visto per la generazione del linguaggio $a^n b^n c^n$

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aBC \mid aSBC \\
CB &\rightarrow BC \\
aB &\rightarrow ab \\
bB &\rightarrow bb \\
bC &\rightarrow bc \\
cC &\rightarrow cc
\end{aligned}
$$

Aggiungiamo poi le produzioni

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow D \mid E \\
D &\rightarrow aC \mid aDC \\
E &\rightarrow BC \mid BEC
\end{aligned}
$$

Per generare la stringa $a^m b^n c^m$ con m>n>0, si inizia applicando n volte la produzione $S \rightarrow aSBC$, la produzione $S \rightarrow D$, m-n-1 volte la produzione $D \rightarrow aDC$, e la produzione $D \rightarrow aC$. A questo punto abbiamo una stringa che inizia per a^m seguita da n B e m C. Queste ultime vengono convertite in $b^n c^m$ secondo lo schema che abbiamo già visto a lezione.
Per generare la stringa $a^n b^m c^m$ con m>n>0 si procede in maniera analoga utilizzando il simbolo E invece del simbolo D.
Infine, per generare le stringhe del tipo $a^m c^m$ e $b^m c^m$ aggiungiamo le produzioni:

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow F \mid G \\
F &\rightarrow ac \mid aFc \\
G &\rightarrow cb \mid cGb
\end{aligned}
$$

Esercizio 4 del 26/5/05 (seconda parte).

Partiamo da una prima soluzione che dovremo poi modificare:

V_T = { (, b,)}, V_N = {S, A, B, A'}

Idea della soluzione: Ogni volta che genero una coppia di parentesi che contiene al suo interno delle altre parentesi, genero i due non terminali A e B tali che A si muove da sinistra a destra fino a raggiungere la B.
In questo movimento la A aggiunge una b ad ogni sequenza di b che incontra. In altre parole si passa da: $A(b^k)$ ad $(b^{k+1})A$

Produzioni:

S → (b)|SS|(ASB)
A(→ (A
A) → A) Commento: A commuta con le parentesi
Ab → A'b Commento: appena A raggiunge una b si trasforma in A'
A'b → bA' Commento: A' commuta con b
A') → b)A Commento: A' raggiunta) genera una b e si ritrasforma in A
AB → ε (stringa vuota)

L'ultima di questa produzioni è illegale in una grammatica di tipo 1,
di conseguenza la soluzione corretta è la seguente:

V_T = { (, b,)}, V_N = {S, A, B, A'}

Produzioni:

S → (b)|SS|(ASB // rispetto a prima manca la) nell'ultima produzione
A(→ (A
A) → A) // A commuta con le parentesi (come prima)
Ab → A'b // appena A raggiunge una b si trasforma in A' (come prima)
A'b → bA' // A' commuta con b (come prima)
A') → b)A // A' raggiunta la) genera una b e si ritrasforma in A (come
// prima)
)B → B) // la B si può muovere verso sinistra fino a quando
// incontra il simbolo)
A'bB → bb) // quando A' incontra la B genera una b e trasforma la B in)